

并行稀疏系统直接求解库 SuperLU_MT 在状态估计中的应用

陈荃韡^{1,2,3}, 龚成明^{3,4}, 赵晋泉^{1,2}, 王毅^{3,4}, 邹德虎^{3,4}

(1. 河海大学可再生能源发电技术教育部工程研究中心, 江苏省南京市 210098;

2. 河海大学能源与电气学院, 江苏省南京市 210098;

3. 南瑞集团公司(国网电力科学研究院), 江苏省南京市 211106; 4. 国电南瑞科技股份有限公司, 江苏省南京市 211106)

摘要: 利用基于超节点 LU 分块分解算法、列消去树和多核多线程并行计算原理的并行稀疏系统直接求解库 SuperLU_MT 实现电力系统状态估计, 主要在求解迭代方程、不良数据检测辨识环节调用 SuperLU_MT 实现加速。通过对电气与电子工程师协会(IEEE)测试系统以及实际电网算例验证, 表明通用的并行稀疏系统直接求解库适用于电力系统状态估计, 能够获得较显著的并行计算效果, 在多核计算机上缩短了状态估计的计算时间。

关键词: 电力系统状态估计; 并行矩阵计算库; 超节点; LU 分块分解; 多核多线程并行计算

0 引言

电力系统状态估计是现代电网中能量管理系统(EMS)的重要组成部分。随着电力系统的迅速发展, 电力网络的结构和运行方式日趋复杂, 状态估计计算中各项数据分析与处理的复杂度也随之增加, 因此, 电力系统状态估计计算方法的研究与优化一直备受广大电力工作者关注^[1-8]。近年来, 随着电力需求急剧增长, 电网规模日益庞大, 使得状态估计矩阵规模不断增大, 各种传统的串行算法难以满足电力系统实时分析对快速大规模计算的需求, 采用并行计算等手段来提高状态估计计算效率显得日益迫切。

目前国内对于状态估计并行计算的研究主要是根据电力网络结构, 按照不同方法分块, 以降低矩阵阶数, 使高效的电力系统并行计算成为可能^[5-8]。文献[5]基于灵敏度分析修正, 将互联系统联络线功率不匹配量作为子系统虚拟变化量测, 实现分区协调。文献[6]采用节点撕裂法对电网进行切分, 通过求解 KKT(Karush-Kuhn-Tucker)条件方程实现分区的协调。文献[7]结合多代理理论, 提出基于分解协调和外网浓缩等值的分布式状态估计方法。文献[8]基于等值网量测修正思想, 对电力系统状态估计实

现异步迭代模式的分布式算法, 可缩短全网状态估计分析的计算时间。

但上述文献的稀疏矩阵计算采用的是自行编写的代码, 可移植性和权威性不一定得到很好保证, 尚未将大规模线性稀疏矩阵计算的通用研究成果^[9-10]有效运用于电力系统状态估计计算中。若在状态估计中使用已有的这些并行稀疏矩阵直接求解库, 有望有效提高状态估计的计算速度。

本文是在单机多核环境下优化状态估计计算, 不涉及基于机群的并行化, 这也符合当前状态估计应用的现状和需求。

SuperLU 矩阵计算库有三个版本, 分别为基于共享内存的并行版本 SuperLU_MT、串行版本 SuperLU、基于分布式内存的并行版本 SuperLU_DIST。本文应用场景是单机多核、基于共享内存的环境, 因此采用 SuperLU_MT^[11] 版本, 该版本采用的是基于超节点的 LU 分块分解并行算法。

针对不同规模的电力网络算例进行试验和分析, 基于 SuperLU_MT 的并行状态估计有较好的并行效果, 在计算速度方面获得了显著的提升, 成果可以推广至以稀疏矩阵计算为核心的所有电力系统分析软件中, 具有大规模工程应用的潜力。

1 基于超节点的 LU 分块分解并行算法

1.1 基于超节点的基本单元模式

矩阵 A 有如下分解式:

$$A = LU \quad (1)$$

式中: A 为信息矩阵; L 为下三角矩阵; U 为上三角

收稿日期: 2016-06-07; 修回日期: 2016-08-01。

上网日期: 2016-10-08。

国家电网公司科技项目“智能电网调度技术支持系统数据稽查关键技术研究”; 江苏省普通高校研究生科研创新计划资助项目(SJZZ15_0064)。

矩阵。

信息矩阵中许多列具有非零元结构相同的特点。同时,在 LU 分解之后有填充元的注入,进一步增多了具有相同非零元结构的列。若在分解时将这些列作为稠密矩阵整体参与运算,则可以大幅度提高计算速度。为此,若经过符号分解后,下三角矩阵 L 中第 r 至 s 列有稠密对角块,并且除对角块外其他行有相同的非零元行结构,则将其定义为一个超节点^[12]。若某一列与相邻的列的非零元结构不同,则该列独立构成一个超节点。上三角矩阵 U 以若干个稠密列向量存储,且 U 中的对角块可同时存储在 L 的超节点中,以节约计算机的存储空间。

图 1 给出了一个 7 阶矩阵 LU 分解后的矩阵 L 超节点结构模式。图中,×表示非零元。由定义可得,矩阵 L 共可分为 4 个超节点,其中矩阵中相邻列具有相同非零元结构定义为超节点,如图所示可形成超节点 T_1, T_3, T_4 ,而第三列与其相邻列的非零元行结构都不同,则该列独立构成了超节点 T_2 。

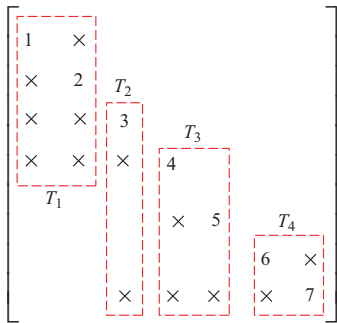


图 1 L 的超节点结构模式
Fig.1 Supernode structure mode of L

1.2 基于超节点的 LU 分块分解算法

由于属于同一超节点的各列有相同的非零元结构,在 LU 分解时要利用好这个特性就必然以整个超节点作为基本单元参与运算。因此可应用基于超节点的 LU 分块分解算法对矩阵 A 进行 LU 分解,以加快计算速度。为阐明基于超节点的 LU 分块分解算法,首先介绍基于超节点的 LU 分列分解算法^[13]。

如图 2 所示,信息矩阵 A 已完成符号分解,并确定了 L 的超节点结构,其中带底色部分表示超节点的非零元模式。假设 A 中前 $j-1$ 列已分解为 L 和 U ,分别存于 $L(J, J), L(J', J), U(J, J)$ 中,其中 $J=1:j-1, J'=j:n$,此处“:”表示某一行(列)至另一行(列), n 为矩阵的行数。令 $f(\cdot)=A(\cdot, j)$,选择第 j 列所属超节点前的每一超节点,对第 j 列作数值修正:

$$\tilde{f}(r:s)=L(r:s,r:s)^{-1}f(r:s) \tag{2}$$

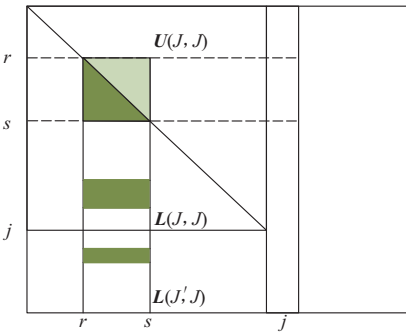


图 2 基于超节点的 LU 分列分解算法
Fig.2 LU column decomposition algorithm based on supernode

$$\tilde{f}(s+1:n)=f(s+1:n)-L(s+1:n,r:s)f(r:s) \tag{3}$$

式中:上标~表示修正后的变量。

选择与第 j 列属于同一超节点且位于第 j 列前的列 l ,以相同的方式对第 j 列作数值修正:

$$\tilde{f}(l+1:n)=f(l+1:n)-f(l)L(l+1:n,r) \tag{4}$$

将 f 的上下部分数值分别存于矩阵 L 和 U :

$$U(1:j,j)=f(1:j) \tag{5}$$

$$L(j:n,j)=f(j:n) \tag{6}$$

对 L 中第 j 列作规格化:

$$\tilde{L}(j:n,j)=\frac{L(j:n,j)}{L(j,j)} \tag{7}$$

基于超节点的 LU 分列分解算法是运用稠密矩阵运算的原理提高计算机的计算速度,在此基础上,利用基于超节点的 LU 分块分解算法,若将矩阵 A 以连续的 w 列为单元分为 N 块,则计算时可以对两个稠密矩阵子块作矩阵运算,进一步加快计算速度。

如图 3 所示,算法的主要改进在于每次对一个长度为 w 列的矩阵块进行迭代,此时在做数值修正计算时即可将矩阵与向量相乘变为矩阵与矩阵相乘。但由于块内可能含有不止一个超节点,因此,在对每一矩阵块修正后,还需要在矩阵块内进行块内分解,即在每一个矩阵块内再进行一次基于超节点的 LU 分列分解算法。

1.3 并行策略

并行算法一般从两个方面展开并行策略。一个方面是使需求解的问题尽可能并行化处理。另一个方面是通过选择合适的任务粒度作为一个调度单元,保证单处理器的效率,从而实现多线程并行处理的高效性。SuperLU_MT 的并行算法从以上两点来实现,并且使这两方面达到平衡。

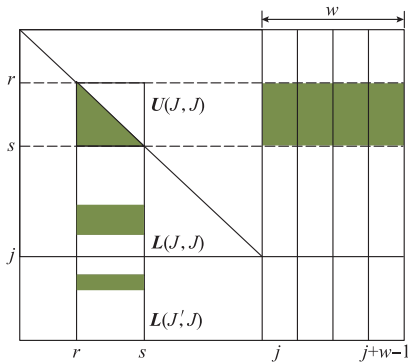


图3 基于超节点的 LU 分块分解算法
Fig.3 LU block decomposition algorithm based on supernode

1) 基于列消去树的并行任务分解

在符号分解过程中,通过构建列消去树替代有向图。在列消去树中,每一个顶点对应着矩阵中一列。不同消去子树间,列与列之间不会互相修正。此外,由于子树中各列有不完全相同的行下标,因此可以对其同时计算^[14]。

2) 流水线技术的并行处理

并行策略的另一面是考虑相关列之间的并行性。相关列是指拥有祖先后代关系的列。当消去过程进行至系统的线程数比独立子树的个数更多时,需要确保所有线程在相关列上高效工作。因此,考虑相关列的流水线计算也显得至关重要。

假设一种具有双线程的简单情况。当线程 1 获取包含了列 j 的任务 Task1,线程 2 获取包含了列 k 的任务 Task2,且在列消去树中顶点 j 是顶点 k 的子孙节点,那么根据列相关性可得,Task1 执行完毕前,Task2 无法运行完毕。然而,在没有包含列 j 的计算时,线程 2 可以立即开始计算 Task2;计算内容包括符号结构预测和使用列消去树中作为子孙的已完成列积累的数值修正。在线程 2 完成了另一部分计算,它就必须等待 Task1 完成。若此时 Task1 已经完成了计算,则 Task2 可以立即开始。线程 2 预测新的注入元,计算由 Task1 中完成列的计算导致的数值修正。至此,在保证优先约束的情况下,双线程同时完成了计算。

将上述双线程简单情况推广至任意线程数情况。当一个线程获得了第 K 块矩阵单元,线程首先根据已计算的子孙节点修正,等待其他线程完成计算,最终根据其他线程中完成的子孙节点列进行数值修正。

基于超节点的分块分解算法是本文采用的高效算法的核心。因此,要对超节点分块作出相应限制以满足并行计算对缓存与寄存器组重复使用数据的

需求。为在内存共享机器(SMP)选择最合适的任务粒度,将每一块矩阵单元作为一个调度单元。由于并行任务是基于列消去树分解,因此还需要研究矩阵分块与列消去树之间的关系。

假设将矩阵的列按后序排列顺序形成列消去树,则在消去树中,矩阵分块可以形成三种形式:①形式 1,列消去树的底端是松弛超节点;②形式 2,消去树的某一分支的连续列;③形式 3,在消去树中多于一个分支的连续列。此时,在流水线技术的并行处理中,若拥有该分块的线程需要等待执行,那么形式 3 分块将会使保留记录复杂化。因此,主要对此问题作两个限制。首先,限制矩阵分块的定义,不出现形式 3 的情况。矩阵分块时,若列消去树中某一节点有超过一个子节点,则将该节点分到另一块中,即每一分支都会成为一个新的矩阵分块。其次,确保所有运行中的子孙分块均在消去树中形成新的路径。这样,等待这些运行块的线程则可由消去树中相距最远的运行块派生。

2 基于并行稀疏矩阵直接求解库的状态估计

在传统串行算法中使用高斯消元法求解线性方程组时,LU 分解占据了大部分计算时间,其中对于大型稀疏线性系统,LU 分解计算时间占求解方程组计算总时间的 95%。SuperLU_MT 通过共享内存式多处理器并行编程,使用基于超节点的 LU 分块分解并行算法,利用高性能单处理器超节点分块计算核心和高水准并发性线程调度两类并行性实现其高性能进行计算,降低 LU 分解计算时间,提高求解效率。该算法适用于拥有适量处理器的 SMP。

本文算法采用最小二乘法计算电力系统状态估计。考虑到辨识可靠性、更新残差的速度以及调用并行矩阵计算库的适用性,使用递归量测误差估计辨识法(RMEEI)进行不良数据检测与辨识^[15]。因此,在整个状态估计算法中,每次计算需要在两处调用并行矩阵计算库接口,如下所示。

1) 最小二乘状态估计计算中求解迭代方程:

$$\mathbf{G}\Delta\mathbf{x}=\mathbf{b} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{G}=\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}$,为信息矩阵,其中, $\mathbf{H}$ 为雅可比矩阵, $\mathbf{R}$ 为以误差 v 的方差 σ^2 为对角元素的测量误差的方差阵; $\mathbf{b}=\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{z}$,其中, $\mathbf{z}$ 为量测向量; $\mathbf{x}$ 为状态向量。

2) RMEEI 中求解:

$$\boldsymbol{\eta}_i=\mathbf{G}^{-1}\mathbf{h}_j^T \quad (9)$$

式中: $\mathbf{h}_j$ 为 $\mathbf{H}$ 的第 j 个行向量。

本文算法的流程图如图 4 所示。图中, x_i 为 $\mathbf{x}$

的元素, ϵ 为状态估计计算的收敛精度, 本文取 10^{-6} 。由于在调用 SuperLU_MT 时需要考虑根据并行矩阵计算库的数据结构设置参数, 因此在编程中均要对常用的数据结构作相应的调整, 以此减少调用并行矩阵库时由于数据结构与接口的不同造成的不必要损耗。

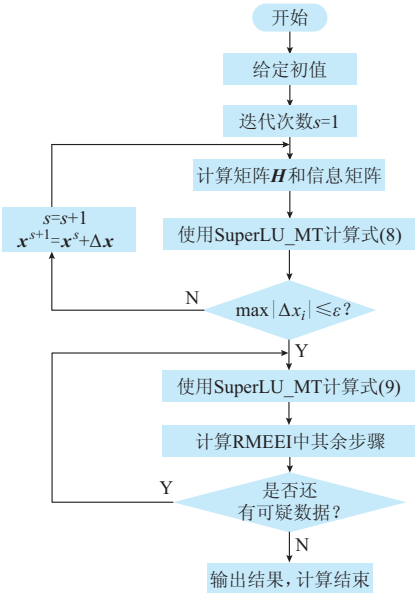


图 4 基于并行矩阵计算库的状态估计算法流程图
Fig.4 Flow chart of state estimation algorithm based on parallel matrix computation library

3 算例分析

本文所有算例分析均依托于 Cygwin 平台, 利用 OpenMP 编译接口及 g++ 编译器, 使用 C++ 语言设计实现了基于并行矩阵计算库的电力系统状态估计计算。并行矩阵计算库版本为 SuperLU_MT_3.0, 需要链接基础线性代数子程序库 BLAS 库与数值计算函数集 LAPACK 库。测试计算机配有 Intel i7 处理器, 四核八线程, 具有 8 GB 内存存储空间。由于矩阵最佳分块列数取决于计算机高速缓存性能, 因此, 根据测试计算机类型在此取为 8。计算过程中, 取完全量测系统计算, 加权最小二乘法迭代的收敛容差为 10^{-5} , 不良数据阈值取 6。

并行程序性能分析通常指标是加速比 S_{speed} 和效率 η_p , 表达式为:

$$S_{\text{speed}} = \frac{T_s}{T_{\text{np}}} \tag{10}$$

$$\eta_p = \frac{S_{\text{speed}}}{n_p} \tag{11}$$

式中: T_s 为待测程序运行时的单个处理器的测试时间; T_{np} 为待测程序并行算法运行的时间; n_p 为测试

时所用到的并行处理器的线程数。

通过程序运行的指标可以了解并行提高的性能, 一些实验数据还表明在一定范围内处理器或者进程数增加可提高性能。对实际情况进行分析, 进行合理配置, 能达到最优效果。

3.1 串行与并行矩阵计算库状态估计速度比较

稀疏矩阵计算库 Suitesparse^[16] 是优秀的开源计算库, 其中使用多波前法 LU 分解的 UMFPACK 库在求解稀疏线性方程组时性能优越, 并且被 MATLAB 的稀疏矩阵计算默认调用。表 1 列出了使用 UMFPACK 库求解多个电网规模下的计算速度, 以及本文使用基于超节点的 LU 分块分解算法的并行矩阵计算库在单线程和四线程时计算速度的比较结果。结果表明, 本文所使用并行计算方法较串行算法在对大规模电力系统状态估计求解时具有明显优越性, 且在较大规模的电网中具有显著优势。这是由于在较小的系统中执行串程序的执行效率基本可以满足系统的要求, 将原有程序改为并行执行后在编写的程序中使用并行编译语句, 造成了一些不必要的开销, 此时并行效果并没有很大优势。但是在较大规模的系统中, 在程序设计时矩阵相乘以及线性方程组求解的并行执行比重变大, 此时并行效果优势逐步显露。

表 1 串行与并行矩阵计算库的状态估计速度
Table 1 Speed of state estimation based on serial and parallel matrix computation library

算例	状态估计速度/s		
	UMFPACK	SuperLU 单线程	SuperLU 四线程
IEEE 30	0.004 4	0.006 9	0.006 8
IEEE 162	0.025 8	0.020 7	0.013 4
实际电网	0.234 8	0.091 0	0.057 0

3.2 不同电网规模的加速比与并行效率比较

本文基于并行矩阵计算库的状态估计算法分别在 IEEE 30 节点、IEEE 162 节点和中国某实际电网 1 098 节点算例中采用不同线程数计算的求解时间、加速比和并行效率的比较见附录 B 表 B1, 三个算例均在节点 5, 16, 17 上添加误差方差系数为 20 的不良数据。

由附录 B 表 B1 可得, 并行计算可显著提高求解速度, 对于较大规模网络效果更显著。在线程数较少时, 并行成本相对较小, 较大电网的加速比高于小电网, 这个结果符合本文的预期要求, 并且也说明了并行矩阵计算库更适用于大规模电力网络的状态估计计算。而当线程数较大时, 并行成本逐渐增加, 增加的计算速度无法与并行派生线程、各线程在内存缓存中的竞争成本增加的速度相抵, 因此加速比下降。从本文仿真结果来看, 线程数为 5 时, 实际电

网算例可取得最大的加速比。由于程序中仍然存在大量串行代码,随着线程数增加,并行效率是逐渐下降的。

4 结语

针对电网规模逐步扩大且复杂度不断增加的特点,本文将通用的并行稀疏系统求解库 SuperLU_MT 应用于电力系统状态估计,利用并行稀疏矩阵计算库求解稀疏线性方程组。通过多个算例验证了使用并行稀疏矩阵直接求解库的可行性,并行版本的计算速度显著高于串行版本。本文所提方法较之传统串行方法计算改动很小,仅需搭建并行计算平台,对数据结构作相应的调整,然后调用 SuperLU_MT 矩阵计算库接口。未来进一步的工作包括如下方面。

1)在更多核的计算机上对更大规模的电网进行试验,对不同环境下的并行效果进行进一步分析研究。

2)选择更多不同的并行稀疏矩阵直接求解库进行试验,并对相关的配置参数进行细致测试,寻求最优的库和配置。

3)利用并行化工具改造状态估计程序中其余的串行代码,进一步提高并行效率。

4)将基于状态估计的试验和研究成果应用于其他以稀疏矩阵计算为核心的电力系统分析软件中,全面提升电力系统分析软件的计算速度。

附录见本刊网络版(<http://www.aeps-info.com/aeps/ch/index.aspx>)。

参考文献

- [1] ABUR A, GOMEZ E A. Power system state estimation: theory and implementation[M]. New York, USA: Marcel Dekker, 2004.
- [2] 龚成明,於益军,路轶,等.加权最小二乘状态估计量测权值计算的实用方法[J].电力系统自动化,2016,40(11):143-147.DOI: 10.7500/AEPS20150615015.
GONG Chengming, YU Yijun, LU Yi, et al. Practical method for calculating measurement weights in weighted least square state estimation[J]. Automation of Electric Power Systems, 2016, 40(11): 143-147. DOI: 10.7500/AEPS20150615015.
- [3] 陈胜,卫志农,郭晓敏,等.基于交替方向乘子法的分布式双线性状态估计[J].电力系统自动化,2015,39(20):84-90.DOI: 10.7500/AEPS20140927004.
CHEN Sheng, WEI Zhinong, GUO Xiaomin, et al. Distributed bilinear state estimation based on alternating direction method of multipliers[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(20): 84-90. DOI: 10.7500/AEPS20140927004.
- [4] 何光宇,常乃超,董树锋,等.基于集合论估计的电网状态辨识:(一)建模[J].电力系统自动化,2016,40(5):25-31.DOI: 10.7500/AEPS20150529012.

- HE Guangyu, CHANG Naichao, DONG Shufeng, et al. Power system state identification based on set theory estimation: Part one modelling[J]. Automation of Electric Power Systems, 2016, 40(5): 25-31. DOI: 10.7500/AEPS20150529012.
- [5] 王永,郭志忠,彭茂君,等.基于灵敏度分析的多区域互联电力系统状态估计[J].电力系统自动化,2007,31(19):27-31.
WANG Yong, GUO Zhizhong, PENG Maojun, et al. State estimation of a multi-area interconnected power system based on sensitivity analysis[J]. Automation of Electric Power Systems, 2007, 31(19): 27-31.
- [6] 王建,陈颖,黄少伟,等.基于 KKT 条件分解的互联电网分布式状态估计算法[J].电力系统自动化,2010,34(19):31-36.
WANG Jian, CHEN Ying, HUANG Shaowei, et al. A distributed state estimation method for interconnected power grid based on decomposition of KKT condition[J]. Automation of Electric Power Systems, 2010, 34(19): 31-36.
- [7] 卢志刚,张静,程慧琳,等.基于分解协调及外网浓缩等值的多代理状态估计[J].电力系统自动化,2012,36(14):23-29.
LU Zhigang, ZHANG Jing, CHENG Huilin, et al. Multi-agent state estimation based on decomposition and coordination and external network concentration equivalence[J]. Automation of Electric Power Systems, 2012, 36(14): 23-29.
- [8] 张海波,易文飞.基于异步迭代模式的电力系统分布式状态估计方法[J].电力系统自动化,2014,38(9):125-131.DOI: 10.7500/AEPS20130514003.
ZHANG Haibo, YI Wenfei. Distributed state estimation method for power systems based on asynchronous iteration mode[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(9): 125-131. DOI: 10.7500/AEPS20130514003.
- [9] DEMMEL J, KOEV P, LI X. A brief survey of direct linear solvers (section 10.3)[R]. 2000.
- [10] DAVIS T A, RAJAMANICKAM S, SID-LAKHDARA W M. A survey of direct methods for sparse linear systems[R]. 2016.
- [11] DEMMEL J W, GILBERT J R, LI X S. An asynchronous parallel supernodal algorithm for sparse Gaussian elimination [J]. Siam Journal on Matrix Analysis & Applications, 1998, 20(4): 915-952.
- [12] LI X S. Sparse Gaussian elimination on high performance computers[D]. California, USA: UC Berkeley, 1996.
- [13] ASHCRAFT C, GRIMES R, LEWIS J, et al. Progress in sparse matrix methods for large sparse linear systems on vector supercomputers[J]. International Journal of High Performance Computing Applications, 1987, 1(4): 10-30.
- [14] LIU J W H. The role of elimination trees in sparse factorization [J]. Siam Journal on Matrix Analysis and Applications, 1990, 11(1): 134-172.
- [15] 吴文传,张伯明,孙宏斌.电力系统调度自动化[M].北京:清华大学出版社,2011:127-132.
- [16] DAVIS T A. Direct methods for sparse linear systems[J]. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006, 33(3): 141-143.

陈荃韡(1991—),女,硕士,主要研究方向:电力系统状态估计。

龚成明(1977—),男,硕士,高级工程师,主要研究方向:

电网调度自动化系统。

赵晋泉(1972—),男,博士,教授,主要研究方向:电力系统优化运行、电压稳定分析与控制、电力市场分析。

方向:电力系统自动化、分析与控制。E-mail: zoupaper@163.com

邹德虎(1986—),男,通信作者,硕士,工程师,主要研究

(编辑 万志超)

Application of Parallel Sparse System Direct Solver Library SuperLU_MT in State Estimation

CHEN Quanwei^{1,2,3}, GONG Chengming^{3,4}, ZHAO Jinquan^{1,2}, WANG Yi^{3,4}, ZOU Dehu^{3,4}

- (1. Research Center for Renewable Energy Generation Engineering of Ministry of Education, Hohai University, Nanjing 210098, China;
2. College of Energy and Electrical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;
3. NARI Group Corporation (State Grid Electric Power Research Institute), Nanjing 211106, China;
4. NARI Technology Co. Ltd., Nanjing 211106, China)

Abstract: The library of SuperLU_MT based on the use of the super node LU decomposition block algorithm, column elimination trees, multi-core and multi-threaded parallel computing theory, is used to develop electric power system state estimation. To achieve acceleration, the interface of SuperLU_MT is called mainly in the solution of the iterative equation, the bad data detection and identification. The validity of the algorithm is verified by the Institute of Electrical and Electronic Engineers (IEEE) test power system and an actual power system, which indicates that the parallel sparse system direct solver library is suitable for state estimation of power systems. It will significantly reduce state estimation computation time on multicore computers.

This work is supported by State Grid Corporation of China and Graduate Student Research and Innovation Program of Jiangsu Province (No. SJZZ15_0064).

Key words: power system state estimation; parallel matrix computation library; supernode; LU block decomposition; multi-core and multi-threaded parallel computing